

## Тренировочная работа №1

## I часть

1. Решите уравнение

$$3^{\log_9(4x+1)} = 9$$

2. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,3, а при каждом последующем - 0,9. Какое наименьшее количество выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,96?

3. В равностороннем треугольнике ABC высота CH равна  $24\sqrt{3}$ . Найдите AB.

4. Найдите значение выражения:

$$\frac{4^{2,9} \cdot 7^{2,9}}{28^{1,9}}$$

5. В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $BB_1 = 16$ ,  $A_1 B_1 = 2$ ,  $A_1 D_1 = 8$ . Найдите длину диагонали  $AC_1$ .

6. На рисунке изображён график функции  $y = f(x)$ . На оси абсцисс отмечены восемь точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ . В скольких из этих точек производная функции  $f(x)$  отрицательна?

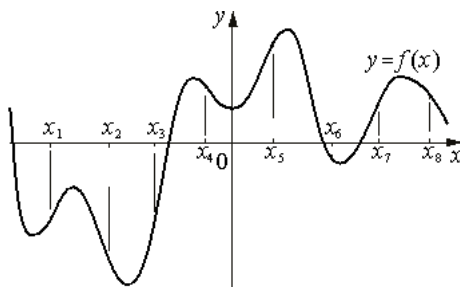


Рис. 1: График функции  $y = f(x)$

7. Небольшой мячик бросают под острым углом  $\alpha$  к плоской горизонтальной поверхности земли. Максимальная высота полёта мячика  $H$  (в м) вычисляется по формуле

$$H = \frac{v_0^2}{4g} (1 - \cos 2\alpha) \text{ м/с}$$

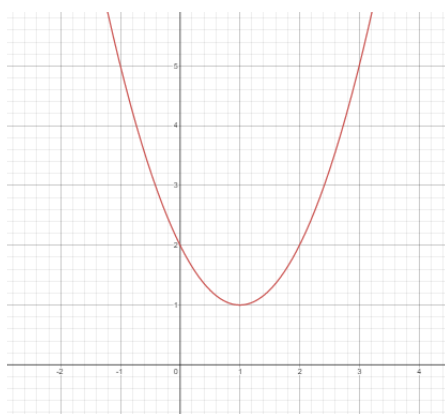
, где  $v_0$  - начальная скорость мячика, а  $g$  - ускорение свободного падения (считайте  $g=10 \text{ м/с}^2$ ). При каком наименьшем значении угла мячик пролетит над стеной высотой 11,15 м на расстоянии 1 м? Ответ дайте в градусах.

8. Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?

9. На рисунке 2 изображен график функции  $y = ax^2 + bx + c$ . Найдите  $f(22)$ .

10. Симметричный игральный кубик бросили некоторое количество раз. В сумме выпало 5 очков. Найдите вероятность того, что ровно два раза выпало два очка.

11. Найдите наибольшее значение функции  $y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$  на отрезке  $[0; 3]$ .

Рис. 2: График функции  $y = ax^2 + bx + c$ 

## II часть

12.

а) Решите уравнение  $\sin^2 x - 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x$ .

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[8\pi; \frac{17\pi}{2}]$ .

13. Ребро куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равно 6. Точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  — центры граней  $ABCD$ ,  $AA_1 D_1 D$  и  $CC_1 D_1 D$  соответственно.

а) Докажите, что  $B_1 KLM$  — правильная пирамида.

б) Найдите объём  $B_1 KLM$ .

14. Решите неравенство  $2^{x^2+3x} - 8 \cdot 2^x > 0$ .

15. 15-го января планируется взять кредит в банке на 24 месяца. Условия его возврата таковы:

– 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

– со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

– 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Какую сумму следует взять в кредит, чтобы общая сумма выплат после полного его погашения равнялась 1 млн рублей?

16. Дана равнобедренная трапеция  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$ . Окружность с центром  $O$ , построенная на боковой стороне  $AB$  как на диаметре, касается боковой стороны  $CD$  и второй раз пересекает большее основание  $AD$  в точке  $H$ , точка  $Q$  — середина  $CD$ .

а) Докажите, что четырёхугольник  $DQOH$  — параллелограмм.

б) Найдите  $AD$ , если  $\angle BAD = 60^\circ$  и  $BC = 2$ .

17. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{4x^2 - a^2}{x^2 + 6x + 9 - a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

18. На доске было написано несколько различных натуральных чисел. Эти числа разбили на три группы, в каждой из которых оказалось хотя бы одно число.

К каждому числу из первой группы приписали справа цифру 3, к каждому числу из второй группы — цифру 7, а числа из третьей группы оставили без изменений.

а) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 8 раз?

б) Могла ли сумма всех этих чисел увеличиться в 17 раз?

в) В какое наибольшее число раз могла увеличиться сумма всех этих чисел?